

Questions à préparer sur le chapitre 3

1. Montrer que l'application  $f : \mathbb{R}^- \rightarrow Y$  définie par  $f(x) = \sqrt[4]{x^2 + 1}$  est une bijection de  $\mathbb{R}^-$  sur un ensemble  $Y$  à déterminer. Ecrire sa bijection réciproque.

2. Montrer que l'application  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  définie par  $f(x) = e^x - e^{-x}$  est une bijection. Vérifier que  $(f'(x))^2 = 4 + (f(x))^2$  puis calculer la dérivée de  $f^{-1}$ .

3. Ecrire le tableau de variations de  $f : \mathbb{R}^{+*} \rightarrow \mathbb{R}^{+*}$  qui à  $x$  associe  $\left(\frac{1}{x}\right)^x$ .

4. Combien de solutions l'équation

$$\operatorname{Arccos}(x) - \operatorname{Arcsin}(x) = \frac{3}{2}$$

a-t-elle pour  $x$  dans  $[0, 1]$  ?

5. Montrer que pour tout  $x$  dans  $] - 1; 1[$ ,

$$\sin(2\operatorname{Arcsin} x) = 2x\sqrt{1 - x^2}.$$

6. Montrer que pour tout  $x \in [0; 1[$ ,

$$\operatorname{Arcsin} x \leq \frac{x}{\sqrt{1 - x^2}}.$$

7. On considère l'expression

$$f(x) = \operatorname{Arctan} \left( \frac{x}{\sqrt{1 - x^2}} \right).$$

Déterminer l'ensemble de définition  $D$  de l'expression  $f(x)$ .

Simplifier l'expression de  $f(x)$  pour  $x \in D$ , (on pourra calculer la dérivée de l'application  $f : D \rightarrow \mathbb{R}$  associée à l'expression  $f(x)$ ).